

3.6 マルチファクターモデル

3.6.1 マルチファクターモデルとは

マルチファクターモデルとは、APT(裁定価格理論 : Arbitrage Pricing Theory) に基づくモデルです。CAPM を思い出すと、CAPM は次のようなモデルでした。

$$r_i = \beta_i (r_M - r_f) + r_f + \epsilon_i$$

ここで、 r_M は市場全体のリターン、 r_f は無リスク資産のリターンを表すものでした。そして、この $(r_M - r_f)$ によって証券 i のリターンが求まるという仕組みです。つまり、 $(r_M - r_f)$ という 1 つの変数によって価格付けが行われるという理論です。このようなモデルをシングルファクターモデル (Single Factor Model) といいます。

これに対して、マルチファクターモデル (Multi-Factor Model) とは、証券 i のリターンに対して説明力があるもの (変数) は他にもあるというモデルです。

$$Y = \alpha_1 \times X_1 + \alpha_2 \times X_2 + \dots + \epsilon$$

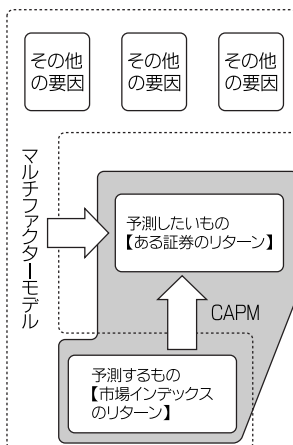
というモデルになります。X が X_2 以上あるものがマルチ (複数の) ファクター (説明要因) ということになります。

これがなぜ裁定理論になるかといえ、次のように考えます。

1. X_1 と X_2 により Y が定まるようになっていたとします
2. ところが、このことを知っている人はほんの一部の人だけで、大部分の人は Y は X_1 のみによって定まると思っていたとします
3. すると X_2 のことを知っている人は、 X_2 が変動したときに先回りして鞘を抜くことができる (裁定機会の存在) ことになります

したがって、このような裁定機会を消滅させるためには、 X_2 を（推定する）モデルに組み入れる必要があるので、APT（裁定価格理論）といいます。CAPMとマルチファクターモデルの関係は、図3.18のように図示することができます。ここで、大切なことは、マルチファクターモデルにも、CAPMで変数として使っていた市場全体を表す要因が変数として含まれていることです。CAPMとマルチファクターモデルの関係は、マルチファクターモデルが、CAPMを完全に否定しているのではなく、CAPMを改良しようとしているといえることができます。

図 3.18 CAPMとマルチファクターモデル



3.6.2 3ファクターモデル～バリュー株・グロース株・小型株

マルチファクターモデルとして有名なものが、ファマ=フレンチ^{*5}の3ファクターモデルです。このモデルでは、証券*i*のリターンは次のようになってい

*5 Eugene Fama と Kenneth French（アメリカの有名なファイナンス学者）

ると推定しています。

$$r_i = \alpha_1 \times r_{mkt} + \alpha_2 \times HML + \alpha_3 \times SMB + \epsilon_i \quad (3.8)$$

ここで、 r_{mkt} は市場全体を表す変数です。CAPM で使用していた変数と同じです。特徴があるのは、 HML と SMB の項が加わっていることです。

バリュー&グロース HML とは、BP ratio (PBR の逆数 = $\frac{Bookvalue}{Price}$) の高い (high) ものから低い (low) を引いた (minus) ものという意味です。(HML : High Minus Low) とところで、ファンドの運用方針等を見ていると、「バリュー株」「グロース株」という言葉がよく出てきますよね。どのような銘柄が「バリュー株」で、どのような銘柄が「グロース株」であるか、明確な定義はありませんが、PBR で「バリュー株」と「グロース株」を区別していることが少なくありません。高いPBR のものは「グロース株」、低いPBR のものは「バリュー株」ということです。

「われわれはバリュー投資家です…」と目論見書に書いてあれば、単純に言えば、式 (3.8) の α_2 が正の値になることを予測していることを意味します。「グロース投資家です」と書いてあればその逆を意味しています。「バリュー株」「グロース株」ということばが、投資哲学などを書くときに、よく使われるのはその背景に3ファクターモデルが存在しています。

小型株 一方、 SML は、「小型 (Small)-大型 (Large)」(Small Minus Large) の意味です。ここで、何が小さいくて何が大きいのかといえば、時価総額 (Market Cap) のことです。したがって、このモデルで SML によって表されているのは、いわゆる「小型株効果」のことです。小型株効果とは、「時価総額の小さな小型株ほど高いリターンになる」というものです。

小型株効果を肯定するのであれば、式 (3.8) の α_3 は正になることになりまし、そうでなければ負 (大型株効果が存在する) あるいは、ゼロ (時価総額による差異はリターンに影響を及ぼさない) ということになります。

モメンタム (Momentum) モメンタムということばを辞書で調べれば、「勢い、はずみ」という訳が出てきます。ファイナンスの文脈でこのことばが

出てくると、市場が強気 (Bullish) に向かっているか弱気 (Bearish) に向かっているのかその方向性を指すことが多いようです。代表的な例は、ゴールドクロス (直近の価格の平均値がより長い期間の価格の平均値を上回る点) などでしょう。この点に説明力があると考えるのであれば、式 (3.8) にモメンタムを表す項が加えられることとなります。

3.6.3 マルチファクターモデルは有効か？

次は、実際のデータを用いてマルチファクターモデルが有効に働いているのかを確認することとします。データには、1991年2月から2005年5月までの172か月分 (約14.5年) の月次リターンを用いることとします。CAPMもマルチファクターモデルも、時系列の構造を持っていないクロスセクションデータとして取り扱います。^{*6}かなり、制約の厳しい仮定であることは確かです。

CAPMの場合 最初にCAPMの例を確認しておきます。被説明変数^{*7}はトヨタ自動車のリスク調整済みリターン^{*8}です。説明変数^{*9}はRussell/Nomura日本株インデックス^{*10}はサブインデックス^{*11}として、スタイル別にバリュースインデックス、グロースインデックス、あるいは、規模別に小型株インデックスを持っていますので、これから説明する3ファクターモデルと非常に整合的です。したがって、年金基金などのプロの投資家にベンチマークとしてよく採用されることが多いインデックスです。

^{*6} 時系列の構造を持っているとは、過去の説明変数の影響が当期の被説明変数に影響を及ぼすような状態をいいます。たとえば、1期前の市場市場インデックスのリターンが当期のある証券のリターンに影響を及ぼしているような状態を指します。

^{*7} 被説明変数とはモデルによって説明される変数という意味です。

^{*8} リスク調整済みリターンとは、リターンから無リスク資産のリターンを差し引いたものをいいます。

^{*9} 説明変数とはモデルの中で、それによって被説明変数を説明する変数という意味です。

^{*10} 詳しい説明はこちらを参照してください 野村証券 金融経済研究所サイト <http://qr.nomura.co.jp/jp/frcnri/index.html>

^{*11} インデックスを構成する銘柄の一部のみで構成されるインデックス

さて、計算してみると推定式は次のようになります。

$$r_{TOYOTA} = \underset{(10.15)}{0.83} \times r_{mkt} \quad (3.9)$$

ここで、 r_{mkt} は Russell/Nomura 日本株インデックスのリターンを、0.83 の下の () の数値は t 値をそれぞれ指し示しています。そして、CAPM による推定の結果はの当てはまりの程度は、表 3.18 のとおりです。

表 3.18 CAPM の当てはまり程度

CAPM	
R^2 値	0.38

マルチファクターモデル 次に、マルチファクタモデルを計算してみます。ここでは、HML の変数として Russell/Nomura のスタイルインデックスの差異を、SMB の変数として Russell/Nomura のサイズ別インデックスの差異を採用しています。^{*12}

最初に、 r_{mkt} と HML、SMB の説明変数同士の相関を調べてみます。

表 3.19 3 ファクターの相関

	r_{mkt}	HML	SMB
r_{mkt}	1.00		
HML	-0.06	1.00	
SMB	0.12	0.47	1.00

どうやら各変数の相関は低いようなので、そのまま重回帰分析を行っても問題はなさそうです。^{*13}ただし、今回は少し変更を加えて分析を行います。

^{*12} HML は Total Market Value インデックスのリターンから Total Market Growth インデックスのリターンを引いたものを使用しています。SMB は Small Cap インデックスのリターンから Large Cap インデックスのリターンを引いたものを使用しています。

^{*13} ここでは分散投資の話をしているわけではないので、相関が 0 であることが最も好都合です。逆に相関の絶対値が 1 に近くなると多重共線性の問題が出てくる可能性があります。

まず、これらの変数が持っている情報がどのようなものかを分析するために主成分分析を行います。その結果は表 3.20 のとおりです。

表 3.20 3ファクターの主成分分析

	寄与率	49.3	34.3	16.4
	累積寄与率	49.3	83.6	100
固有ベクトル				
	第1主成分	第2主成分	第3主成分	
r_{mkt}	0.09	0.97	0.24	
HML	0.70	-0.24	0.68	
SMB	0.71	0.11	-0.69	

一応、きれいに分解できているという印象を持ちます。第1主成分は、市場全体を表す r_{mkt} の寄与度が低いので、市場全体以外から説明される部分という解釈が成り立ちます。第2主成分は、逆に、市場全体から説明できる部分という情報です。第3主成分は、低PBR（パリュウ）株、かつ、大型株からの情報というように解釈できます。そこで、第1主成分から第3主成分までを変数とする変換を行います。表 3.20 の固有ベクトルの情報を用いて、新たな変数 F1 から F3 までを次のようにして準備します。

$$F1 = 0.09 \times r_{mkt} + 0.7 \times HML + 0.71 \times SMB \quad (3.10)$$

$$F2 = 0.97 \times r_{mkt} - 0.24 \times HML + 0.11 \times SMB \quad (3.11)$$

$$F3 = 0.24 \times r_{mkt} + 0.68 \times HML - 0.69 \times SMB \quad (3.12)$$

主成分分析の主成分は、固有ベクトルで表現されていることからわかるように、互いに直交しています。したがって、他の変数との相関係数は0ということになります。さて、この3つの変数を用いてマルチファクターモデルを計算した結果が、表 3.21 です。推定に用いたモデルは式 (3.13) に示すとおりです。

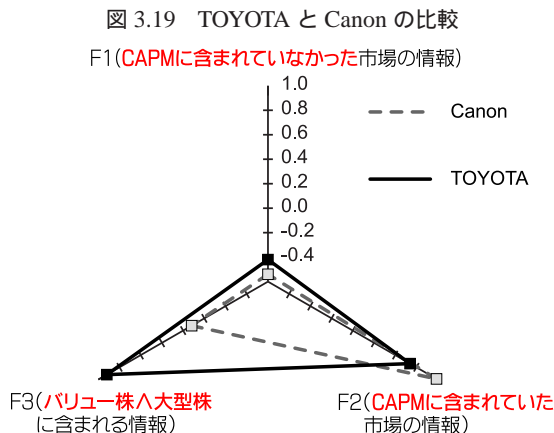
$$r_i = \beta_1 \times F1 + \beta_2 \times F2 + \beta_3 \times F3 + \alpha \quad (3.13)$$

この式には、 α (切片) が含まれています。この α の意味は、モデルで説明されることのない部分、すなわち、証券 i が固有に持っている収益力部分ということになります。理論どおりであればこの α は 0 になるべきですが、計算の結果には、(そのすべてが有意であるわけではありませんが) 多かれ少なかれ α の部分が存在しています。 α が正であるということは、その証券からリスク以上のリターンが生じているということです。

表 3.21 3 ファクターによる分析結果

	β_1	β_2	β_3	α	R^2
TOYOTA	-0.42	0.74	0.92	0.004	0.50
高島屋	0.99	0.95	0.60	-0.006	0.48
ANA	0.77	0.51	0.87	-0.013	0.36
イオン	0.75	0.72	0.55	0.001	0.32
Canon	-0.54	0.99	0.12	0.010	0.51

図 3.19 は、表 3.21 の結果について、トヨタ自動車とキャノンについて取り出して比較したものです。



トヨタ自動車とキャノン、どちらも日本を代表する優良企業ですが、このグラフは両社の特長を表したものになっています。次のように読み取ることができます。

- 両社とも、F1 (CAPM に含まれていなかった情報) に対してはネガティブに反応している
市場で HML や SMB の影響が大きくなったとき、株式のパフォーマンスが悪化する
- 両社とも、F2 (CAPM に含まれていた情報) に対しては大きくポジティブに反応している
市場全体が好調であれば両社の株式のパフォーマンスも良好である
- トヨタ自動車はバリュー株・大型株要因 (F3) で説明される部分が大きいですが、キャノンはほとんど説明されない

このように解釈すると、表 3.21 は各企業の株式の特長を表したものになっていることがわかります。高島屋、ANA、イオンの各企業は、F1 の係数 (β_1) がプラスでかつ大きな数値になっています。市場のアノマリー^{*14}と呼ばれるものに対して、トヨタ自動車やキャノンより、敏感に反応することが予想されます。

F2 の係数 (β_2) については、ANA を除く各企業で、プラスの大きな値になっています。これは市場全体に連動していると捉えることができます。また、トヨタ自動車や ANA では F3 の係数 (β_3) が大きくなっています。したがって、バリュー株効果や大型株効果といわれるものが働くときには、これらの株式のパフォーマンスに影響を及ぼすことが考えられます。

最後に、CAPM と比べてマルチファクターモデルが優れていたのを見とめることにします。CAPM については、表 3.18 より、トヨタ自動車に関して R^2 の値は 0.38 でした。一方、マルチファクターモデルでは、表 3.21

^{*14} 市場に影響を及ぼすが、説明できないものを一般的に「アノマリー (anomaly)」といいます

より、 R^2 の値は 0.50 であることがわかります。(批判もあるでしょうが) R^2 が概ねそのモデルの説明力を表すものと考えれば、CAPM よりマルチファクターモデルのほうが説明力があると考えられます。